

**Concours d'entrée : 11 Septembre 2013**  
**Mathématiques - IAG** **Durée : 2 heures**

**N.B. : Toutes les questions sont obligatoires**

**Exercice 1. (5 Pts)**

La distance entre Tripoli et Beyrouth est de 90 km. Deux voitures A et B partent au même instant de Beyrouth vers Tripoli (Voiture A) et de Tripoli vers Beyrouth (Voiture B). La voiture A roule à 100 km/h et B à 80 km/h.

Au bout de combien de temps ces deux voitures se rencontrent-elles et à quelle distance de Beyrouth ?

**Exercice 2. (7 Pts)**

Souha possède une voiture qui vaut 3000 USD. Cette voiture consomme 20 litres d'essence pour une distance de 100 km en ville et 14 litres/100 km sur autoroute. L'essence coûte 1500 LL/litre. Elle parcourt annuellement 5000 km en ville et 10000 km sur autoroute.

On lui propose d'acheter une voiture neuve à 12000 USD tous frais inclus. Cette nouvelle voiture consomme 12 litres d'essence pour 100 km en ville et 8 litres/100 km sur autoroute. Au bout de combien de temps cet achat sera rentabilisé? 1USD = 1500 LL. On néglige le coût de la maintenance.

**Exercice 3. (11 Pts)**

Le tableau suivant donne le contenu et la valeur de trois paniers à la sortie du marché des fruits :

	Panier 1	Panier 2	Panier 3
Raisin	4 kg	1 kg	3 kg
Pomme	2 kg	4 kg	1 kg
Banane	3 kg	2 kg	1 kg
Valeur totale	18500 LL	13000 LL	10000 LL

- Construire le système d'équations correspondant au tableau précédent.
- Résoudre le système d'équations ainsi obtenu et donner le prix du kilo de chaque fruit.

**Exercice 4. (12 Pts)**

Un ingénieur commence son travail en Janvier 2010, avec un salaire de 36 millions LL. Selon son contrat son salaire subit en Janvier de chaque année une augmentation annuelle de 4% à laquelle s'ajoute un bonus annuel de 500 000 LL.

On désigne par  $U_n$  le salaire annuel, en million de LL, de cet ingénieur en Janvier 2010+n. Ainsi  $U_0 = 36$ .

- Calculer  $U_1$ , puis donner l'expression de  $U_{n+1}$  en fonction de  $U_n$
- On pose  $U_n = V_n + \alpha$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}$  et  $(V_n)$  est une suite géométrique de raison 1,04
  - Montrer que  $\alpha = -12,5$ .
  - Préciser  $V_0$  et calculer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .
- Si l'ingénieur décide d'économiser 30% de son salaire dès janvier 2010, Quelle somme possédera-t-il le 1<sup>er</sup> Janvier 2020 ?

### **Exercice 5. (13 Pts)**

Le tableau suivant représente la distribution des âges de 26 hommes et 24 femmes :

Age en années	[20;25[	[25;30[	[30;35]
Nombre d'hommes	8	8	10
Nombre de femmes	5	9	10

Un comité de 3 personnes doit être formé parmi ces 50 personnes. On considère les événements suivants:

**A**: le comité est mixte (formé d'hommes et de femmes) ;

**B** : l'âge de chaque membre de ce comité est inférieur à 30.

1) Démontrer que la probabilité  $p(A) = 0,764$  et calculer  $p(B)$ .

2) a- Calculer  $p(B \cap \bar{A})$  et déduire  $p(B \cap A)$ .

b- Déterminer  $p(B/A)$ .

3) C est l'événement défini par : « le comité est formé de trois femmes où l'âge de chaque membre est supérieur ou égal à 30 ».

Calculer  $p(C)$ .

4) X est la variable aléatoire égale au nombre des plus jeunes femmes (groupe [20,25[) dans ce comité. Déterminer la loi de probabilité de X.

### **Exercice 6. (15 Pts)**

Soit f la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :  $f(x) = \ln x - 1 - \frac{1}{x}$ .

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

1) a- Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et interpréter le résultat.

b- Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2) Calculer  $f'(x)$  et dresser le tableau de variation.

3) Démontrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une seule solution unique  $\alpha$  et vérifier que  $3,59 < \alpha < 3,6$ .

3) Prouver que (C) n'admet pas des points d'inflexion.

4) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

5) Tracer (T) et (C).

7) Utiliser une intégration par parties pour montrer que l'aire A du domaine limité par la courbe (C); la tangente (T) et l'axe  $x'Ox$  est :  $A = (\alpha + \frac{1}{\alpha} - 4)$  unités d'aire.

### **Exercice 7. (7 Pts)**

Calculer les intégrales suivantes :

a)  $\int x^2 \sqrt{1-x^3} dx$

b)  $\int_{-1}^1 \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

c)  $\int_0^2 (2x+1)e^x dx$