

Concours d'entrée : 11 Septembre 2013
Mathématiques - IAG Durée : 2 heures

N.B. : Toutes les questions sont obligatoires

Exercice 1. (5 Pts)

La distance entre Tripoli et Beyrouth est de 90 km. Deux voitures A et B partent au même instant de Beyrouth vers Tripoli (Voiture A) et de Tripoli vers Beyrouth (Voiture B). La voiture A roule à 100 km/h et B à 80 km/h.

Au bout de combien de temps ces deux voitures se rencontrent-elles et à quelle distance de Beyrouth ?

Exercice 2. (7 Pts)

Souha possède une voiture qui vaut 3000 USD. Cette voiture consomme 20 litres d'essence pour une distance de 100 km en ville et 14 litres/100 km sur autoroute. L'essence coûte 1500 LL/litre. Elle parcourt annuellement 5000 km en ville et 10000 km sur autoroute.

On lui propose d'acheter une voiture neuve à 12000 USD tous frais inclus. Cette nouvelle voiture consomme 12 litres d'essence pour 100 km en ville et 8 litres/100 km sur autoroute. Au bout de combien de temps cet achat sera rentabilisé? 1USD = 1500 LL. On néglige le coût de la maintenance.

Exercice 3. (11 Pts)

Le tableau suivant donne le contenu et la valeur de trois paniers à la sortie du marché des fruits :

	Panier 1	Panier 2	Panier 3
Raisin	4 kg	1 kg	3 kg
Pomme	2 kg	4 kg	1 kg
Banane	3 kg	2 kg	1 kg
Valeur totale	18500 LL	13000 LL	10000 LL

- Construire le système d'équations correspondant au tableau précédent.
- Résoudre le système d'équations ainsi obtenu et donner le prix du kilo de chaque fruit.

Exercice 4. (12 Pts)

Un ingénieur commence son travail en Janvier 2010, avec un salaire de 36 millions LL. Selon son contrat son salaire subit en Janvier de chaque année une augmentation annuelle de 4% à laquelle s'ajoute un bonus annuel de 500 000 LL.

On désigne par U_n le salaire annuel, en million de LL, de cet ingénieur en Janvier 2010+n. Ainsi $U_0 = 36$.

- Calculer U_1 , puis donner l'expression de U_{n+1} en fonction de U_n
- On pose $U_n = V_n + \alpha$ pour tout n de IN et (V_n) est une suite géométrique de raison 1,04
 - Montrer que $\alpha = -12,5$.
 - Préciser V_0 et calculer V_n puis U_n en fonction de n.
- Si l'ingénieur décide d'économiser 30% de son salaire dès janvier 2010, Quelle somme possédera-t-il le 1^{er} Janvier 2020 ?

Exercice 5. (13 Pts)

Le tableau suivant représente la distribution des âges de 26 hommes et 24 femmes :

Age en années	[20;25[[25;30[[30;35]
Nombre d'hommes	8	8	10
Nombre de femmes	5	9	10

Un comité de 3 personnes doit être formé parmi ces 50 personnes. On considère les événements suivants:

A: le comité est mixte (formé d'hommes et de femmes) ;

B : l'âge de chaque membre de ce comité est inférieur à 30.

1) Démontrer que la probabilité $p(A) = 0,764$ et calculer $p(B)$.

2) a- Calculer $p(B \cap \bar{A})$ et déduire $p(B \cap A)$.

b- Déterminer $p(B/A)$.

3) C est l'événement défini par : « le comité est formé de trois femmes où l'âge de chaque membre est supérieur ou égal à 30 ».

Calculer $p(C)$.

4) X est la variable aléatoire égale au nombre des plus jeunes femmes (groupe [20,25[) dans ce comité. Déterminer la loi de probabilité de X.

Exercice 6. (15 Pts)

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln x - 1 - \frac{1}{x}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et interpréter le résultat.

b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

2) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation.

3) Démontrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution unique α et vérifier que $3,59 < \alpha < 3,6$.

3) Prouver que (C) n'admet pas des points d'inflexion.

4) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse 1.

5) Tracer (T) et (C).

7) Utiliser une intégration par parties pour montrer que l'aire A du domaine limité par la courbe (C); la tangente (T) et l'axe $x'Ox$ est : $A = (\alpha + \frac{1}{\alpha} - 4)$ unités d'aire.

Exercice 7. (7 Pts)

Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int x^2 \sqrt{1-x^3} dx$

b) $\int_{-1}^1 \frac{2x-1}{x^2-x-6} dx$

c) $\int_0^2 (2x+1)e^x dx$