Université Libanaise
Institut Universitaire de Technologie

الجامعة اللبنانية
المعهد الجامعي للتكنولوجيا

Concours d'entrée : 09 septembre 2016
Mathématiques : Informatique de Gestion **Durée : 2 heures**

N.B. : Choisir 3 exercices parmi les exercices 1, 2, 3, 4 (l'exercice 5 est obligatoire).

Exercice 1 (16 Pts)

Un site touristique propose deux possibilités de visites, une visite à pied ou une visite en car. Une buvette est installée sur le site. On y vend un seul type de boisson et on suppose qu'à la buvette un touriste achète au plus une boisson. Un touriste visite le site. On a établi que :

- La probabilité pour qu'il visite à pied est 0,3.
- La probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite en car est 0,8.
- La probabilité qu'il achète une boisson sachant qu'il visite à pied est 0,6.

On note : C l'événement « le touriste visite en car » ; B l'événement « le touriste achète une boisson ».

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Quelle est la probabilité que le touriste visite à pied et achète une boisson ? Montrer ensuite que p(B)=0,74.
3. Le touriste achète une boisson. Quelle est la probabilité qu'il ait visité à pied ?

Le billet d'entrée coûte 4000 L.L. La visite à pied se fait sans frais supplémentaire et la visite en car se fait avec frais supplémentaires de 3000L.L. Le prix d'une boisson est de 2000L.L l'unité. Soit X la variable aléatoire représentant la dépense associée à la visite du touriste.

4. Quelle sont les valeurs (réalisations) possibles de X ? Donner la loi de probabilité de X.
5. Estimer la somme moyenne touchée par le site ayant reçu 1000 visites pendant une journée.

Exercice 2 (16 Pts)

90 employés travaillent dans deux usines A et B fabriquant des produits similaires (40 dans A et 50 dans B). Le tableau suivant montre la distribution de leurs salaires mensuels (en 100 000 L.L.) :

Salaires (en 100 000 L.L.)	[4; 8[	[8 ;12 [	[12; 16[	[16 ; 20[	[20; 24]
Nombre d'employés de l'usine A	10	9	12	7	2
Nombre d'employés de l'usine B	9	16	14	10	1

1. Calculer la moyenne et l'écart type pour les deux ensembles de données A et B.
2. Lequel des deux ensembles est celui qui est le moins dispersé autour de sa moyenne ?
3. Quel est le salaire moyen des 90 employés?
4. On choisit au hasard un employé. Considérant les événements suivant :
    - E : « l'employé choisi touche au moins 1200 000L.L. mensuellement ».
    - F : « l'employé choisi travaille dans l'usine A ».
    - G : « l'employé choisi travaille dans l'usine B ».

    a. Calculer les probabilités suivantes :$p(E/F)$, $p(F)$ et $p(E \cap F)$.
    b. Calculer $p(E \cap G)$ et déduire $p(E)$.

Exercice 3 (16 Pts)

Une personne dépose à une banque, au début de Janvier 2000, la somme de 5000 dollars. Le taux d'intérêt donné par la banque est de 6% (ainsi l'intérêt annuel calculé pour un montant x est égal à 0.06*x). Dans chacune des années qui suivent, cette personne dépose au premier Janvier la somme de 3000 dollars sur le même compte.

Notons S_n le montant que la personne possèdera au premier Janvier de l'année 2000+n.

1. Calculer S_0, S_1et S_2.
2. Montrer que $S_{n+1} = 1.06S_n + 3000$.
3. On suppose que $T_n = S_n + 50000$.
   a. Montrer que (T_n) est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
   b. Exprimer T_n, puis $S_n$en fonction de n.
   c. Au début de quelle année la personne possèdera une somme qui dépasse 50 000 Dollars pour la première fois ?

Exercice 4 (16 Pts)

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\int_{-1}^{0} (3x+2)^4 dx$
2. $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt{2x^2+1}}$
3. $\int_0^3 |2x-4|\, dx$
4. $\int_0^1 x\sqrt{x+1}dx$ (intégration par partie)
5. $\int_3^4 \frac{1}{x^2-3x+2} dx$ en utilisant $\frac{1}{x^2-3x+2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x-2}$.

Exercice 5 (32 Pts, obligatoire)

Partie A : On considère la fonction f définie sur $I = [0, +\infty[$ par $f(x) = O.4x + e^{(-0.4x+1)}$. On désigne par (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1. Calculer la limite de $f(x)$ à $+\infty$. Montrer ensuite que la droite (d) d'équation $y = 0.4x$ est une asymptote à (C) et étudier la position relative de (C) par rapport à (d).
2. Résoudre dans l'intervalle I l'inégalité$1 - e^{(-0.4x+1)} > 0$ et calculer la dérivée de $f(x)$ sur l'intervalle I. Dresser ensuite son tableau de variation et déduire le signe de $f(x)$ sur $[0, +\infty[$.
3. Montrer que la tangente (T) à (C) au point d'abscisse 0, passe par le point B(2.5 ;1). Tracer ensuite (d), (T), et (C).

Partie B : Soit x le nombre d'articles, exprimé en centaine, produits par une usine, et soit $f(x)$ le coût total de production en millier de dollars. On suppose que tous les articles fabriqués sont vendus.

4. Chaque article est vendu à 5 dollars. Exprimer le revenu $R(x)$ en millier de dollars en fonction de x.
5. Construire sur le graphe précédent, la courbe représentative de R, qu'on note (Δ) et vérifier graphiquement que (C) et (Δ) se coupent en un point unique d'abscisse α tel que $4.49 < \alpha < 4.5$.
6. Montrer que le gain de l'usine $P(x)$est exprimé en milliers de dollars par $P(x) = 0.1x - e^{(-0.4x+1)}$.
7. Etudier la variation de P sur $I = [0, +\infty[$ et tracer sa courbe représentative. Déduire le nombre minimum d'articles à produire pour réaliser un gain.

Bonne chance